



**Módulo de autoaprendizaje N°7**  
**Tema: Medias geométrica, armónica y cuadrática.**

Objetivo: Comprender la media geométrica, armónica y cuadrática.

Calcular los valores de una muestra a través de la media geométrica, armónica y cuadrática.

**Definición:**

Existen otras definiciones de media que pueden tener su utilidad en algunos casos. La primera de estas es la media geométrica  $x_G$ . En el caso de una muestra con valores diferentes de la variable se define como la raíz enésima (N es el tamaño de la muestra) del producto de los valores de la variable

$$\overline{x}_G = \sqrt[N]{x_1 x_2 \dots x_N}.$$

Si los datos aparecen agrupados en k valores distintos la definición sería

$$\overline{x}_G = \sqrt[N]{x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}}.$$

Esta media tiene la característica negativa de que, si uno de los valores es nulo, la media sería asimismo cero, y por lo tanto sería poco representativa del valor central. Además, si existen valores negativos es posible que no se pueda calcular. A la hora de calcularla es útil tener en cuenta que el logaritmo de la media geométrica es la media aritmética del logaritmo de los datos

$$\log \overline{x}_G = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \log x_i}{N}.$$

La media armónica  $x_A$  se define como la inversa de la media aritmética de las inversas de los valores de la variable. Es decir, para variables no agrupadas y agrupadas, sería

$$\overline{x}_A = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}} \quad ; \quad \overline{x}_A = \frac{N}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{x_i}}.$$

Es evidente que, si una de las medidas es 0, la media armónica no tiene sentido.

Una tercera definición corresponde a la media cuadrática  $x_Q$ . Se define esta como la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de los valores

$$\overline{x}_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}} \quad ; \quad \overline{x}_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N}}.$$

Esta media tiene su utilidad con frecuencia en la aplicación a fenómenos físicos.

Se puede demostrar que estas medias se relacionan con la media aritmética, en el caso de valores positivos de la variable, por

$$\overline{x}_A \leq \overline{x}_G \leq \bar{x} \leq \overline{x}_Q.$$

Ninguna de estas medias es muy robusta en general, aunque esto depende de cómo se distribuyan las variables. Por ejemplo, la media armónica es muy poco sensible a valores muy altos de x, mientras que a la media cuadrática apenas le afectan los valores muy bajos de la variable

**Ejemplo:**

a. Supongamos una serie de medidas experimentales con un péndulo simple para obtener el valor de la aceleración de la gravedad (en  $m/s^2$ ).

$x_i$	$y_i$
9.77	-3
9.78	-2
9.80	0
9.81	+1
9.83	+3
10.25	+45

Calculemos primero la media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{N} = \frac{59.24}{6} = 9.873 \text{ m/s}^2$$

Si hacemos un cambio de variable  $y = a + b x = -980 + 100 x$ , y calculamos los valores de  $y_i$  (segunda columna de la tabla de la izquierda), el valor de la media sería

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i}{N} = \frac{44}{6} = 7.33$$

$$\bar{x} = \frac{\bar{y} - a}{b} = \frac{7.33 + 980}{100} = 9.873 \text{ m/s}^2$$

Nótese lo sensible que es la media de un valor extremo. Si no tuviésemos en cuenta el último valor, obtendríamos  $\bar{x} = 9.798$ .

Media geométrica

$$\bar{x}_G = \sqrt[6]{x_1 x_2 \dots x_6} = \sqrt[6]{9.77 \times 9.78 \times \dots \times 10.25} = 9.872.$$

Media armónica

$$\bar{x}_A = \frac{6}{\sum_{i=1}^6 \frac{1}{x_i}} = \frac{6}{\frac{1}{9.77} + \frac{1}{9.78} + \dots + \frac{1}{10.25}} = 9.871.$$

Media cuadrática

$$\bar{x}_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 x_i^2}{6}} = \sqrt{\frac{9.77^2 + 9.78^2 + \dots + 10.25^2}{6}} = 9.875.$$

Debe notarse que

$$\bar{x}_A \leq \bar{x}_G \leq \bar{x} \leq \bar{x}_Q$$

$$9.871 \leq 9.872 \leq 9.873 \leq 9.875$$

y que la media armónica es la menos afectada por el valor demasiado alto, mientras que la cuadrática es la más sensible a dicho número.

1.- Ahora hazlo tú.

- I. Calcula la media aritmética, media geométrica y armónica de los siguientes datos.
  - a.

Datos				
18	24	9	16	15
23	21	16	21	11

b.

Datos				
9	12	4	4	20
17	17	7	13	7

c.

Datos				
3	7	4	18	11
15	6	20	12	7

d.

Datos				
6	7	3	4	11
10	8	9	5	3

e.

Datos				
4	16	15	16	14
12	13	15	10	9

f.

Datos				
16	19	25	15	9
12	13	3	19	20

g.

Datos				
12	10	9	12	17
10	18	9	14	18

2.- Revisa los resultados obtenidos

I.

a.

Media armónica: 15,88

Media geométrica: 16,68

Media aritmética: 17,4

b.

Media armónica: 6,84

Media geométrica: 9,1

Media aritmética: 11

c.

Media armónica: 7,235

Media geométrica: 8,711

Media aritmética: 10,3

d.

Media armónica: 5,4

Media geométrica: 5,994

Media aritmética: 6,6

e.

Media armónica: 10,51

Media geométrica: 11,63

Media aritmética: 12,4

f.

Media armónica: 10,76

Media geométrica: 13,37

Media aritmética: 15,1

g.

Media armónica: 12,045

Media geométrica: 12,46

Media aritmética: 12,9

3.- Finalmente responde esta autoevaluación marcando la opción que corresponda luego de haber revisado tus respuestas.

Indicador	Sí	No
¿Utilice la sumatoria para calcular la media aritmética?		
¿Realice el procedimiento algebraico para calcular el valor de la media geométrica?		
¿Realice el procedimiento algebraico para calcular el valor de la media armónica?		
¿El valor obtenido es correcto?		