

Módulo de aprendizaje N° 15
Tema: Ángulos en triángulos y cuadriláteros

Objetivo: Realizar cálculos de ángulos en triángulos y cuadriláteros

Instrucciones: Lee prestando mucha atención y sigue paso a paso las indicaciones para entender y representar el concepto de ángulos en triángulos y cuadriláteros

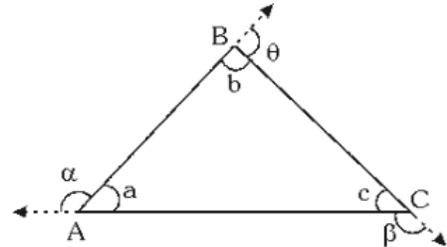
Triángulos

Definición: Figura que se forma al unir con segmentos de recta, tres puntos no colineales.

Elementos:

Sus elementos son:

- * Lados → $\overline{AB}, \overline{BC}$ y \overline{AC}
- * Vértices → A, B y C
- * Ángulos Internos → \hat{a}, \hat{b} y \hat{c}
- * Ángulos Exteriores → α, β y θ



Clasificación:

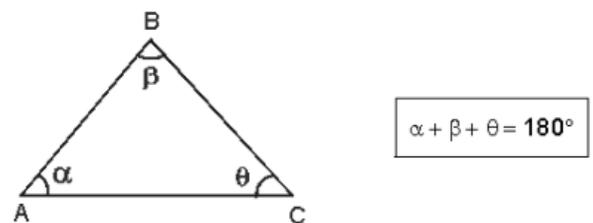
- Según la longitud de sus lados:
- Según la medida de sus ángulos:

<p>a) TRIÁNGULO EQUILÁTERO Si sus tres lados son de IGUAL LONGITUD</p>	<p>b) TRIÁNGULO ISÓSCELES Si dos lados tienen IGUAL LONGITUD</p>	<p>c) TRIÁNGULO ESCALENO Si ningún lado tiene IGUAL LONGITUD</p>
--	--	--

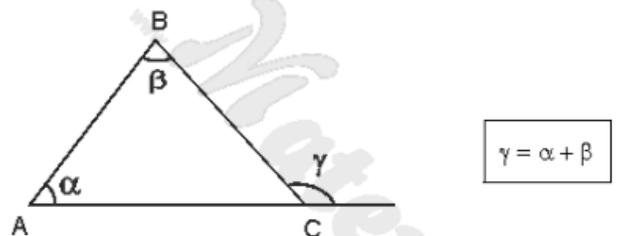
<p>a) TRIÁNGULO ACUTÁNGULO Si sus tres ángulos son AGUDOS</p>	<p>b) TRIÁNGULO RECTÁNGULO Si uno de sus ángulos es RECTO</p>	<p>c) TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO Si uno de sus ángulos es OBTUSO</p>
---	---	---

Teoremas fundamentales:

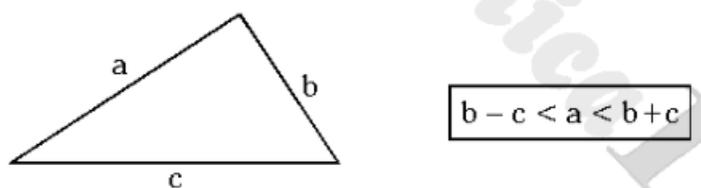
- Suma de los ángulos internos: La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°



- Angulo externo: En todo triángulo, la medida de un ángulo externo es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes al ángulo externo.



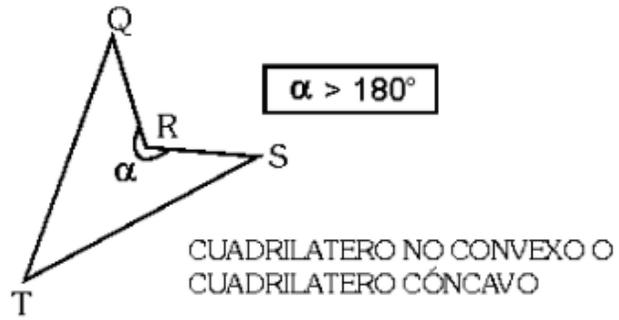
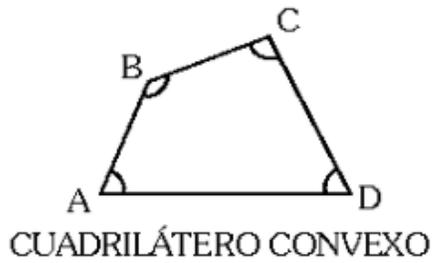
- Existencia de un triángulo: En todo triángulo un lado es mayor que la diferencia, pero menor que la suma de los otros dos lados



Cuadriláteros:

Definición: Es aquel polígono que tiene 4 lados

Cuando los cuatro ángulos internos del cuadrilátero son menores que 180° , el cuadrilátero es convexo y cuando se posee un ángulo interno mayor que 180° el cuadrilátero es no convexo o cóncavo



Clasificación:

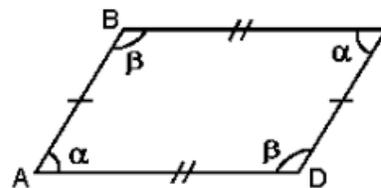
Los cuadriláteros se clasifican según el paralelismo de sus lados en:

- Paralelogramos
- Trapecios
- Trapezoides

Paralelogramos:

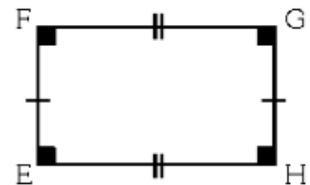
Es el cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos y estos son:

1. Romboide: Es el paralelogramo cuyos lados consecutivos y ángulos consecutivos no son congruentes, es decir, no es equilátero ni equiángulo

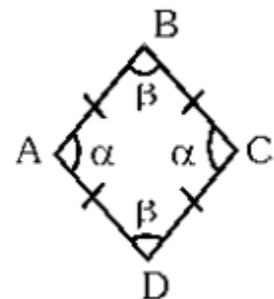


Nota: El romboide es un paralelogramo propiamente dicho.

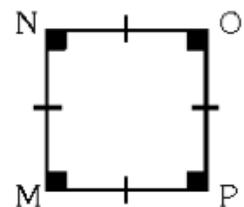
2. Rectángulo: Es el paralelogramo cuyos lados consecutivos no son congruentes y sus cuatro ángulos son rectos, es decir, es equiángulo, pero no equilátero



3. Rombo: Es el paralelogramo cuyos cuatro lados son congruentes, pero sus ángulos consecutivos no, es decir, es equilátero, pero no es equiángulo



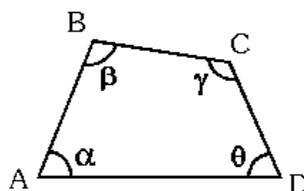
4. Cuadrado: Es el paralelogramo cuyos cuatro lados son congruentes y sus cuatro ángulos también, es decir, es equilátero y equiángulo



Propiedades:

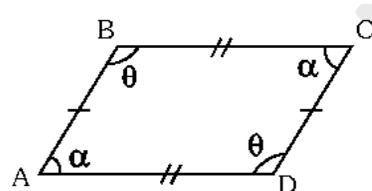
- Suma de ángulos interiores:

$$\alpha + \beta + \gamma + \theta = 360^\circ$$



- Ángulos consecutivos en el paralelogramo:

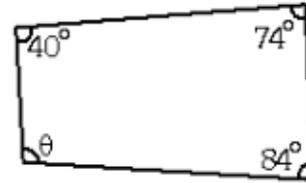
$$\alpha + \theta = 180^\circ$$





Ejemplificación:

1. En la siguiente figura halla la medida del ángulo θ :



La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360° :

Entonces:

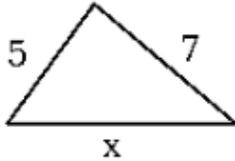
$$40^\circ + 74^\circ + 84^\circ + \theta = 360^\circ$$

$$198^\circ + \theta = 360^\circ$$

$$\theta = 360^\circ - 198^\circ$$

$$\theta = 162^\circ$$

2. Los lados de un triángulo miden 5 y 7. Calcular los valores enteros que puede tomar el tercer lado:



$$7 - 5 < x < 7 + 5$$

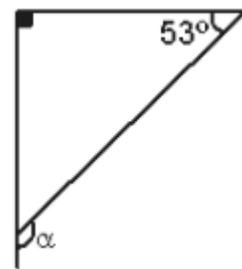
$$2 < x < 12$$

$$X = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

3. Calcula α en:

El ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes al ángulo externo:

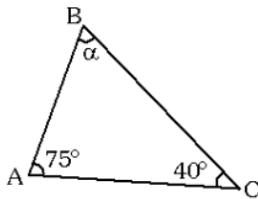
$$\alpha = 90^\circ + 53^\circ = 143^\circ$$



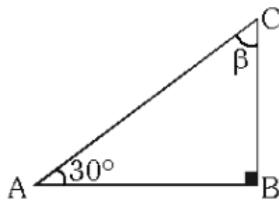
Ejercitación:

1. En los siguientes triángulos calcula el ángulo pedido:

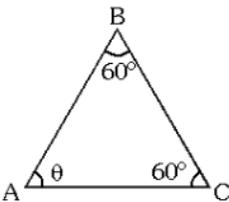
a)



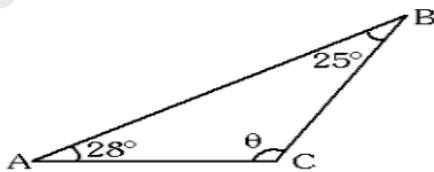
b)



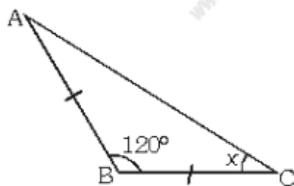
c)



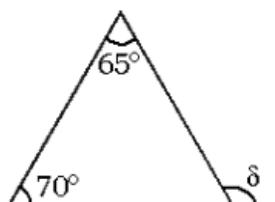
d)



e)

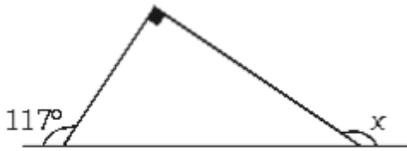


f)

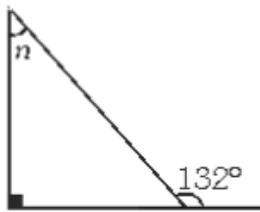




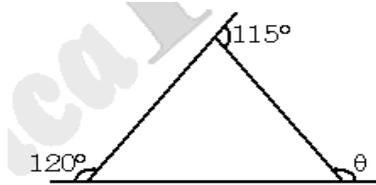
g)



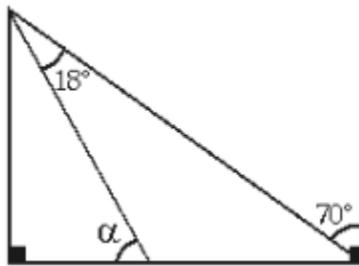
h)



i)

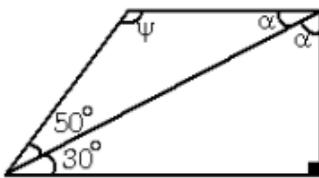


Desafío: Calcula el ángulo pedido

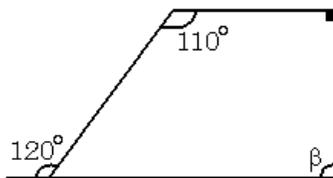


2. En los siguientes cuadriláteros calcula el ángulo o los ángulos pedidos:

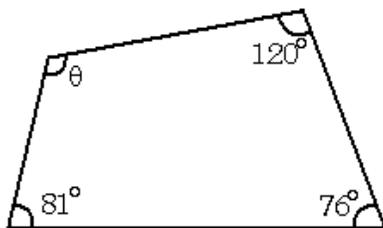
a)



b)



c)



Corrección:

1. En los siguientes triángulos calcula el ángulo pedido:

a) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° :

$$75^\circ + 40^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$115^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 115^\circ$$

$$\alpha = 65^\circ$$

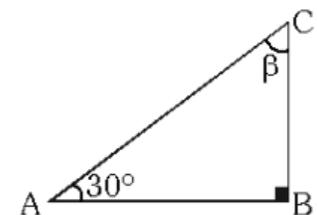
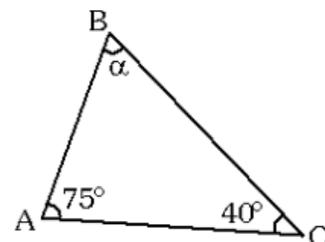
b) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° :

$$30^\circ + 90^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$120^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$





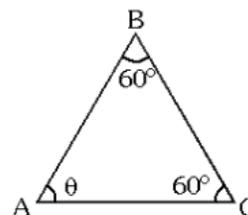
c) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° :

$$60^\circ + \square + 60^\circ = 180^\circ$$

$$120^\circ + \square = 180^\circ$$

$$\square = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\square = 60^\circ$$



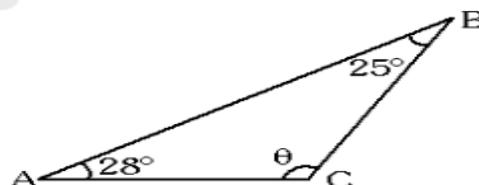
d) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° :

$$28^\circ + 25^\circ + \square = 180^\circ$$

$$53^\circ + \square = 180^\circ$$

$$\square = 180^\circ - 53^\circ$$

$$\square = 127^\circ$$



e) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° :

El triángulo es un triángulo isósceles pues posee dos lados congruentes, por ende, tiene dos ángulos de la misma medida, que es el ángulo x , los ángulos basales:

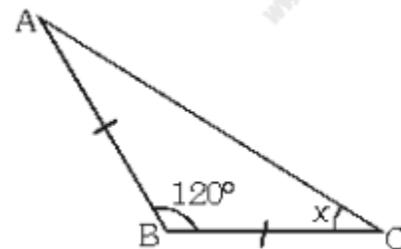
$$120^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$120^\circ + 2x = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$2x = 60^\circ$$

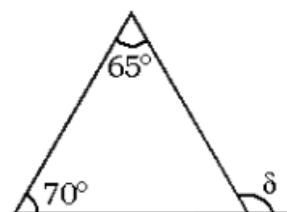
$$x = 30^\circ$$



f) El ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes al ángulo externo:

$$65^\circ + 70^\circ = \delta$$

$$135^\circ = \delta$$



g) La suma de los ángulos interiores de un triángulo mide 180°

117° forma un ángulo extendido con el ángulo interior del triángulo

$$117^\circ + y = 180^\circ$$

$$y = 180^\circ - 117^\circ$$

$$y = 63^\circ$$

El ángulo x es un ángulo exterior del triángulo, por ende: es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes al ángulo externo:

$$63^\circ + 90^\circ = x$$

$$153^\circ = x$$



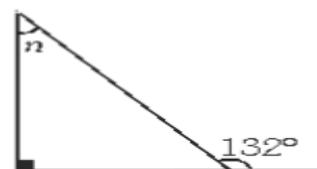
h) La suma de los ángulos interiores de un triángulo mide 180°

Como el ángulo exterior de un triángulo mide igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes al ángulo externo:

$$90^\circ + n = 132^\circ$$

$$n = 132^\circ - 90^\circ$$

$$n = 42^\circ$$



i) La suma de los ángulos interiores de un triángulo mide 180°

120° es adyacente al ángulo interior del triángulo que llamaremos x , y forman un ángulo extendido:

$$120^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

115° es adyacente al ángulo interior del triángulo que llamaremos y , y forman un ángulo extendido:

$$115^\circ + y = 180^\circ$$

$$y = 180^\circ - 115^\circ$$

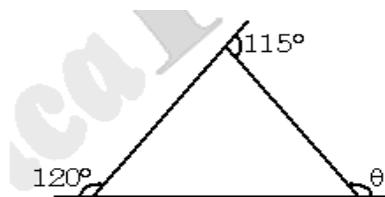
$$y = 65^\circ$$

El ángulo \square es un ángulo exterior y mide igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes al ángulo externo:

$$x + y = \square$$

$$60^\circ + 65^\circ = \square$$

$$125^\circ = \square$$



Desafío: Calcula el ángulo pedido

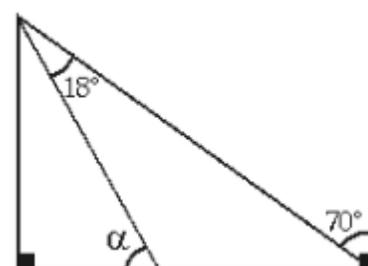
El ángulo de 70° forma con el ángulo interno del triángulo un ángulo recto, a este ángulo lo llamaremos x

$$x = 20^\circ$$

α es un ángulo externo al triángulo por lo que mide igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes al ángulo externo:

$$18^\circ + 20^\circ = \alpha$$

$$38^\circ = \alpha$$





2. En los siguientes cuadriláteros calcula el ángulo o los ángulos pedidos:

a) Para calcular α tenemos:

$$30^\circ + 90^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$120^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Para calcular ψ tenemos:

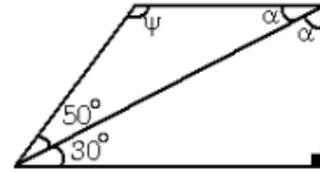
La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° :

$$50^\circ + 60^\circ + \psi = 180^\circ$$

$$110^\circ + \psi = 180^\circ$$

$$\psi = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\psi = 70^\circ$$



b) La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°

120° forma un ángulo extendido con el ángulo interior del cuadrilátero, si llamamos x este ángulo tenemos:

$$120^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°

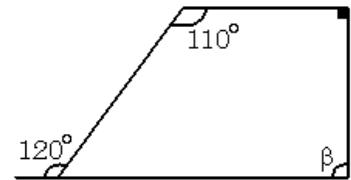
$$x + 110^\circ + 90^\circ + \beta = 360^\circ$$

$$60^\circ + 110^\circ + 90^\circ + \beta = 360^\circ$$

$$260^\circ + \beta = 360^\circ$$

$$\beta = 360^\circ - 260^\circ$$

$$\beta = 100^\circ$$



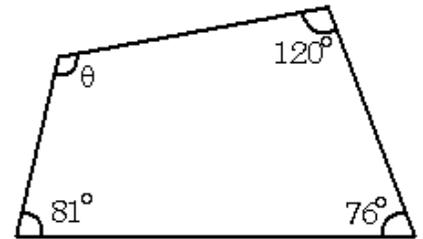
c) La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es de 360°

$$81^\circ + 76^\circ + 120^\circ + \theta = 360^\circ$$

$$277^\circ + \theta = 360^\circ$$

$$\theta = 360^\circ - 277^\circ$$

$$\theta = 83^\circ$$



Finalmente responde esta autoevaluación marcando la opción que corresponda luego de haber revisado tus respuestas:

Indicador	Si, correctamente logrado	Medianamente logrado	No lo logré
¿Calculé correctamente ángulos pedidos en triángulos?			
¿Calculé correctamente ángulos pedidos en cuadriláteros?			

Para continuar ejercitando en cálculo de ángulos en triángulos y cuadriláteros puedes visitar la siguiente página:

<https://www.youtube.com/watch?v=vJsklLrx5Kw>